

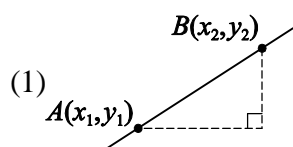
1-4 直線的斜率與方程式



重點整理

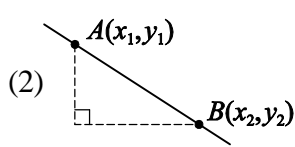
1. 斜率的定義：設 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 為平面上相異二點，直線 AB 的斜率

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}。$$



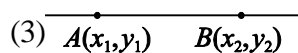
由左下往右上傾斜

$$m > 0$$



由左上往右下傾斜

$$m < 0$$



$$\therefore y_1 = y_2$$

水平線

(平行 x 軸)

$$m = 0$$



$$\therefore x_1 = x_2$$

鉛直線

(垂直 x 軸)

m 不存在

2. 平行線與垂直線的斜率：平面上，設二相異直線 L_1 、 L_2 的斜率分別為 m_1 、 m_2

- (1) 若 $L_1 \parallel L_2$ ，則
- m_1 、 m_2 均存在： $m_1 = m_2$ 。

， m_1 不存在， m_2 亦不存在。

- (2) 若 $L_1 \perp L_2$ ，則
- m_1 、 m_2 均存在且 m_1 、 $m_2 \neq 0$ ： $m_1 \times m_2 = -1$ 。

， m_1 不存在： $m_2 = 0$ 。

f m_2 不存在： $m_1 = 0$ 。

3. 直線方程式：

- (1) 平面上，設直線 L 的斜率為 m ，且過一點 (x_0, y_0) ，則 L 的方程式為

- m 存在： $y - y_0 = m(x - x_0)$ [點斜式]

， m 不存在： $x = x_0$ 。

- (2) 平面上，設相異兩點 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ ，則直線 AB 的方程式為

- $x_1 \neq x_2$ ： $y - y_1 = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}(x - x_1)$ [兩點式]

， $x_1 = x_2$ ： $x = x_1$ 。

- (3) 平面上，設直線 L 的方程式為 $ax + by + c = 0$ ，斜率為 m ，則

- $b \neq 0$ ： $m = -\frac{a}{b}$ 。 ， $b = 0$ ： m 不存在。

- (4) 直線 $L: ax + by + c = 0$ ($a \neq 0, b \neq 0$) 可設

- 和 L 平行的直線為 $ax + by + k = 0$ 。

，和 L 垂直的直線為 $bx - ay + k = 0$ 。

4. 直線的截距：

- (1) 平面上，一直線 L

- 若和 x 軸只交於一點 $(a, 0)$ ，則稱 L 的 x 截距為 a 。

，若和 y 軸只交於一點 $(0, b)$ ，則稱 L 的 y 截距為 b 。

(2) 斜截式：設平面上一直線 L 的 y 截距 b 、斜率 m (m 存在)，則 L 的方程式為 $y = mx + b$ 。

(3) 截距式：設平面上一直線 L 的 x 截距 a 、 y 截距 b ($a \neq 0, b \neq 0$)，則 L 的方程式為 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 。

5. 二元一次方程組的解之幾何意義

$$\text{方程組} \begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$$

	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$
名稱	相容方程組	相依方程組	矛盾方程組
解的個數	恰有一組解	無限多組解	無解
幾何意義	二直線交於一點	二直線重合	二直線平行

基本練習題

01 老師講解

求通過下列各點之直線斜率：

- (1) (6,3) 與 (-1,-2)
- (2) (-5,6) 與 (-5,-1)

解

學生練習 01

求通過下列各點之直線斜率：

- (1) (-1,0) 與 (2,-6)
- (2) (3,4) 與 (-2,4)

解

02 老師講解

若三點 $A(1,-1)$ 、 $B(3,3)$ 、 $C(k,k+1)$ 在同一直線上，則 $k = ?$

解

學生練習 02

若 $A(k-2,-5)$ 、 $B(3,2)$ 、 $C(-6,4)$ 三點無法構成一個三角形，則 $k = ?$

解

03 老師講解

設 $A(1, -2)$ 、 $B(-3, 4)$ 、 $C(-2, -1)$ 、 $D(4, k)$ 四點

- (1) 若 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，則 $k = ?$
- (2) 若 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ ，則 $k = ?$

解

學生練習 03

設 $A(2, 1)$ 、 $B(6, k)$ 、 $C(t, 3)$ 、 $D(4, 5)$ 四點，若 $\overline{AB} \parallel \overline{AD}$ 且 $\overline{AC} \perp \overline{AD}$ ，求 k 和 t 各為何。

解

04 老師講解

求下列各直線方程式：

- (1) 過點 $(-3, 5)$ ，斜率為 $\frac{2}{3}$ 。
- (2) 過點 $(5, 3)$ ，斜率不存在。

解

學生練習 04

求下列各直線方程式：

- (1) 過點 $(3, 1)$ ，斜率為 -2 。
- (2) 過點 $(1, -4)$ ，斜率為 0 。

解

05 老師講解

求下列各直線方程式：

- (1) 經過(2,3)與(3,-5)二點
- (2) 經過(-1,6)與(3,6)二點

解

學生練習 05

求下列各直線方程式：

- (1) 經過(5,-2)與(7,3)二點
- (2) 經過(3,-4)與(3,2)二點

解

06 老師講解

設 $A(1,2)$ 、 $B(-1,0)$ 、 $C(2,1)$ 三點，求下列各直線方程式：

- (1) 過 A 且和 \overline{BC} 平行
- (2) 過 A 且和 \overline{BC} 垂直

解

學生練習 06

設 $A(-1,-2)$ 、 $B(-2,4)$ 、 $C(-4,3)$ 三點，求下列各直線方程式：

- (1) 過 C 且和 \overline{AB} 平行
- (2) 過 C 且和 \overline{AB} 垂直

解

07 老師講解

求下列各直線的斜率：

(1) $3x - 4y + 5 = 0$

(2) $8y - 6 = 0$

解

學生練習 07

求下列各直線的斜率：

(1) $2y + 5x - 3 = 0$

(2) $7x + 1 = 0$

解

08 老師講解

設直線 $L : 3x - 2y - 5 = 0$ ，求下列各直線方程式

(1) 過點(1,4)且和 L 平行

(2) 過點(1,4)且和 L 垂直

解

學生練習 08

設直線 $L : 4x + 3y - 1 = 0$ ，求下列各直線方程式

(1) 過點(-2,1)且和 L 平行

(2) 過點(-2,1)且和 L 垂直

解